Universidad Nacional del Comahue
Centro Regional Universitario Bariloche

Programa de Cátedra: Introducción al Análisis.

Departamento: Matemática.

Área: Análisis Matemático.

Orientación: Análisis Matemático.

Año académico: 2015.

Carrera a la que pertenece: Profesorado y Licenciatura en Matemática.

Plan de estudios N°: 861/01 y 190/09

Carga horaria semanal según plan de estudios: 8.

Régimen: Cuatrimestral.

Obligatoria, para ambas carreras.

Cuatrimestre: segundo.

Equipo de Cátedra: Asistente de Docencia, encargado de cátedra: Dr. Andrés Quiroga.

Asignaturas Correlativas:

Profesorado de Matemática:	Regular:	Calculo III y Geometría Euclídea del Plano
	Aprobadas:	Calculo II y Geometría Analítica.
Licenciatura en Matemática:	Regular:	Calculo III
	Aprobadas:	Calculo II y Álgebra Lineal.

1. Fundamentos

Esta asignatura se apoya en la necesidad de que el alumno complete el estudio de los aspectos topológicos y métricos del conjunto de los números reales, que profundice la comprensión de los conceptos básicos de continuidad y convergencia brindados en los primeros cursos de Cálculo, y los trasladen a conjuntos más generales, tales como conjuntos funcionales.

1.1. Objetivos generales

Que el alumno:

- Complete los cursos de análisis matemático de primer y segundo año con una fundamentación matemática adecuada de los conceptos básicos del cálculo infinitesimal.
- Que pueda generalizar a otros conjuntos las definiciones, propiedades y operaciones vinculadas a las nociones de distancia, limite, continuidad y convergencia estudiadas sobre el conjunto de los números reales.
- Comprenda la diferencia entre estructura métrica y estructura topológica de un conjunto.
- Conozca las principales técnicas de demostración en el campo del análisis matemático y de la topología.
- Pueda dar sentido a la axiomática de los números reales en lo que concierne a su estructura topológica, comparando entre sí las distintas presentaciones equivalentes que aparecen en los textos, y conociendo las distintas definiciones constructivas de las que provienen.
- Sea capaz de comprender ejemplos concretos del funcionamiento de las estructuras métricas y topológicas: se siguieren, por si interés intrínseco y poder integrador, el estudio de los espacios funcionales, sucesiones y series funcionales, generación de fractales como limite de sucesiones. Que profundice la definición y propiedades de la integral de Riemann y su generalización como integral de Riemann–Stieltjes.
- Pueda dar sentido a la matemática en toda su amplitud, como una ciencia que opera no sólo con los números sino también con objetos y con las relaciones entre dichos objetos.

2. Contenidos mínimos según plan de estudios

1. Conjuntos. Cardinalidad.
2. Números Reales. Completitud.
3. Sucesiones. Limites superiores e inferiores.
4. Topología de la recta.
5. Compactos. Conexos.
6. Limite y continuidad de funciones. Propiedades topológicas.
7. Integral de Riemann–Stieltjes. Funciones de variación acotada.
8. Sucesiones y series de funciones. Convergencia puntual y uniforme. Teoremas de Waierstrass y Arzelá–Áscoli.

3. Programa analítico

- **Unidad 1**

  Conjuntos finitos, infinitos, numerables y no numerables. Números cardinales. Comparación de números cardinales; Lema de Zorn. Adicción, multiplicación y exponencición de números cardinales.

- **Unidad 2**

  Cuerpos. Cuerpos ordenados. Cuerpos ordenados arquimedianos. Ejemplos. Cotas, supremos, ínfimos, máximos y mínimos de un conjunto. El principio del supremo. Cuerpo ordenado completo. Los números reales.

- **Unidad 3**

  Espacios métricos. Ejemplos de métricas. Espacios normados. Ejemplos. Espacios euclídeos. Ejemplos. Desigualdad de Schwartz. Funciones acotadas. El espacio normado de las funciones acotadas sobre un conjunto. El espacio euclídeo de las funciones continuas sobre un intervalo real. Distancia entre conjuntos. Diámetro de un conjunto. Conjuntos acotados.

- **Unidad 4**

  Nociones elementales de topología en espacios métricos. Bolas abiertas y cerradas, entorno de un punto, conjuntos abiertos y cerrados, interior de un conjunto, puntos de acumulación, clausura de un conjunto, caracterización de abiertos y cerrados, frontera de un conjunto, conjuntos densos. Abiertos y cerrados relativos. Noción de espacio topológico. Ejemplos: Topología discreta, topología trivial. Topología inducida por la métrica.

- **Unidad 5**

  Limite y continuidad. Continuidad uniforme. Homeomorfismos, isometrías. Topologías equivalentes. Métricas equivalentes.

- **Unidad 6**

  Espacios convexos: definiciones equivalentes. Conjuntos convexos. Conjuntos separados. Caracterización de los convexos de $\mathbb{R}$. Propiedades de los conjuntos convexos. Imagen de un conexo por una aplicación continua. Conjuntos arco-conexos. Relación entre conexión y arco-conexión. Teorema de Bolzano. Componentes conexas de un conjunto. Espacios totalmente disconexos. Espacios localmente conexos.

- **Unidad 7**

  Espacios y conjuntos compactos. Cubrimiento de un conjunto. Subcubrimiento. Espacio compacto. Propiedades de los conjuntos compactos. Caracterización de los compactos en $\mathbb{R}^n$. Convergencia de sucesiones en espacios compactos. Propiedades de las funciones continuas en espacios compactos. Teorema de existencia de máximo y mínimo de Bolzano–Waierstrass. Teorema de Heine–Cantor.

- **Unidad 8**

  Sucesiones finitas e infinitas. Subsucesiones. Sucesiones convergentes. Relaciones entre punto limite y punto de acumulación de una sucesión. Sucesiones de Cauchy. Espacios completos. Subespacios completos. Conjuntos precompactos. Completitud y precompacidad. Equivalencia entre $\mathbb{R}$ como espacio métrico completo y Axioma de completitud más Principio de Arquímedes y otras equivalencias para la completitud de $\mathbb{R}$. Convergencia de sucesiones en espacios funcionales. Espacios métricos no completos.

- **Unidad 9**

  Funciones de variación acotada. Definición y ejemplos. Propiedades. Curvas rectificables. La integral de Riemann–Stieltjes. Definición. Condiciones de existencia y propiedades.

- **Unidad 10**

  Sucesiones y series de funciones. Convergencia puntual y uniforme. Convergencia uniforme y continuidad. Convergencia uniforme e integración. Convergencia uniforme y diferenciación. Familias equicontinuas de funciones. Teorema de Stone–Waierstrass. Teorema de Arzelá–Áscoli.

4. Bibliografía

- I.L. Irribaren, *Topología de Espacios Métricos*, Ed. Limusa-Wiley, Mexico, 1973.
- J.R. Munkres, *Topología*, Prentice Hall, 2002.

- I. Kaplansky, *Set Theory and Metric Spaces*, Chelsea Pub. Co., 1977.
- Wheeden, R.L y Zygmund, A. *Measure and Integral: An Introduction to Real Analysis*, Taylor & Francis, 1977.
- W.Rudin, *Principios de Análisis Matemático*, McGraw Hill, 1990.

5. Propuesta Metodológica

5.1. Clases teóricas

Las clases teóricas son de carácter expositivo y estarán a cargo del docente. Se darán las definiciones precisas, enunciados claros y completos, y se darán las demostraciones correspondientes. Para facilitar la comprensión, se realizarán ejemplos de los nuevos conceptos. Se fomentará la interacción con los alumnos haciendo preguntas y promoviendo la participación en clase para responder las dudas que pudieran surgir.

5.2. Clases prácticas

Al comienzo de cada unidad temática se proveerá al alumno de una guía de problemas. En las clases prácticas los alumnos resuelven las guías de trabajos prácticos (acompañados de los docentes responsables de la parte práctica), ya sea de forma individual o en forma grupal. Eventualmente se resolverán problemas desde el frente para que los alumnos entiendan el proceso de resolución.

6. Evaluaciones

Estarán destinadas a determinar el grado de comprensión logrado por los alumnos acerca de los diferentes contenidos desarrollados y evaluar el cumplimiento de los objetivos propuestos para la asignatura.

6.1. Evaluaciones parciales

Se planifican dos evaluaciones parciales, con un recuperatorio al finalizar la cursada, consistentes en la resolución de problemas similares a los de las guías de trabajos prácticos. Los parciales serán aprobados con un 60 % de puntaje y existirá la posibilidad de recuperación en el caso de que el alumno no alcance los objetivos mínimos.

6.2. Evaluaciones finales

La aprobación definitiva de la materia se concreta mediante un examen final sujeto a la reglamentación vigente en la Facultad. Los exámenes finales se realizarán en las fechas establecidas según el calendario académico.

7. Regularidad

Para obtener la condición de alumno regular se requerirá:

- asistencia al 75 % de las clases prácticas dictadas;
- aprobación de todos los parciales (dos) con calificación seis (6) o superior.

Los alumnos que no alcancen la regularidad, rendirán el examen final en condición de libre.

8. Distribución Horaria

Las clases se dictaran en dos encuentros semanales de cuatro horas cada uno. Las primeras dos horas estarán destinadas a las clases teóricas y las otras dos a las clases prácticas. Además se brindarán dos horas de consulta en horarios a acordar con los alumnos.

8.1. Horarios tentativos

Teórico	Martes de 9 a 11 hs
	Viernes de 9 a 11 hs
Práctico	Martes de 11 a 12 hs
	Viernes de 11 a 12 hs

9. Cronograma Tentativo

Se estiman 16 semanas de clases. La primer evaluación parcial se realizará al finalizar la quinta unidad y la segunda el terminar la novena unidad.

Profesor

Conformidad del departamento

Mónica de Torres Curth
Laboratorio Ecotono - Dpto. de Matemática
Centro Regional Universitario Bariloche
Universidad Nacional del Comahue
INIBIOMA

Lic. MARIA INES SANCHEZ
Secretaria Académica
Centro Regional Universitario Bariloche
Universidad Nacionalñ del Comahue

Conformidad del Centro Regional Univeristario Bariloche